

# PŘÍKLADY K OPAKOVÁNÍ

**Příklad 1.** Upravte výrazy:

- a)  $\frac{0,7t^{-n}}{2,1t^{-n-1}} =$  [t/3]
- b)  $\binom{7}{3} - \binom{6}{3}$  [15]
- c)  $(\cos x - \sin x)^2$  [1 - \sin 2x]
- d)  $\log_2 \sqrt[5]{2^2}$  [ $\frac{2}{5}$ ]
- e)  $\frac{1 - \cos 2x}{2 \sin x \cos x}$  [2tgx]
- f)  $\frac{1}{n!} - \frac{3}{(n+1)!} - \frac{n^2-4}{(n+2)!}$  [0]
- g)  $\frac{1}{\sqrt{3+\sqrt{2}}} + \frac{1}{\sqrt{3-\sqrt{2}}}$  [ $2\sqrt{3}$ ]
- h)  $\sqrt[3]{\frac{x^2}{y}} : \sqrt{\frac{x}{y}}$  [(xy)<sup>1/6</sup>]
- i)  $\sqrt[4]{\left(\frac{\sqrt[6]{ab}}{\sqrt{a}\sqrt[3]{b}}\right)^{-2}}$  [ $\sqrt[12]{a^2b}$ ]
- j)  $\frac{1-x^2}{1+y} \cdot \frac{1-y^2}{x-x^2} \cdot \left(1 + \frac{x}{1-x}\right)$  [ $\frac{(1+x)(1-y)}{x(1-x)}$ ]
- k)  $\left(\frac{a^3-ab^2+b^3}{(a-b)^3} - \frac{b}{a-b}\right) \cdot \left(\frac{a^2-2ab+2b^2}{a^2-ab+b^2} - \frac{b}{a}\right)$  [1]

**Příklad 2.** Řešte rovnice:

- a)  $\frac{3+2x}{2} - 1 = 5x - \frac{12x-1}{3}$  [ nemá řešení ]
- b)  $\frac{z+7}{z-5} + \frac{z+5}{z-7} = 2$  [z = 6]
- c)  $\sin x = \cos x$  pro  $x \in \langle 0, \pi \rangle$  [x =  $\frac{\pi}{4}$ ]
- d)  $|x^2 - 2x + 3| = 3$  [x = 0, x = -2]
- e)  $4\sqrt{x+1} = 64 \cdot 2\sqrt{x+1}$  [x = 35]
- f)  $9^x + 3^{x+1} = 18$  [x = 1]

**Příklad 3.** Řešte nerovnice:

- a)  $\log_3 x < 1$  [x ∈ (0, 3)]
- b)  $\log(x+3) > \log(2x-4)$  [x ∈ (2, 7)]
- c)  $|2x-6| + |x-2| > 0$  [x ∈ ℝ]

**Příklad 4.** Sestav kvadratickou rovnici, která má kořeny  $x_1 = -3, x_2 = 4$  [x<sup>2</sup> - x - 12 = 0]

**Příklad 5.** Řešte kvadratické rovnice a nerovnice:

a)  $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$  [ $x = \pm 1, \pm 2$ ]

b)  $x^2 - 8|x - 1| + 7 = 0$  [ pro  $x \geq 1, x = 5, x = 3$ ; pro  $x < 1, x = -4 \pm \sqrt{17}$  ]

c) Pro která  $m \in \mathbb{R}$  má rovnice  $x^2 - mx - 4 = 0$  dva různé reálné kořeny? [ $m \in \mathbb{R}$ , tj. vždy ]

d) Pro která  $m \in \mathbb{R}$  má rovnice  $(m + 1)x^2 - 2mx + m - 1 = 0$  dvojnásobný kořen? [ pro žádná ]

e) Pro která  $m \in \mathbb{R}$  má rovnice  $x^2 + mx + m - 8 = 0$  reálné kořeny? [ $m \in \mathbb{R}$ ]

f) Vyřešte počtetně i graficky, pro která  $x \in \mathbb{R}$  platí:

1.  $x^2 + x - 2 > 0$  [ $x \in (-\infty, -2) \cup (1, \infty)$ ]

2.  $x^2 - 6x + 9 > 0$  [ $x \in \mathbb{R} - \{3\}$ ]

3.  $2x^2 + 6x - 20 \leq 0$  [ $x \in \langle -5, 2 \rangle$ ]

**Příklad 6.** Řešte rovnice a nerovnice

a)  $\frac{x^3 - 2x^2}{2x - x^2 - 4} < 0$  [ $x > 2$ ]

b)  $\sqrt{3x + 1} - 1 = x$  [ $x = 0, x = 1$ ]

c)  $x - \sqrt{x} - 2 = 0$  [ $x = 4, x = 1$ ]

**Příklad 7.** Urči hodnotu výrazu  $1 - \operatorname{tg}^2 x - \frac{1}{2} \cos 2x$ , víte-li, že  $\cos^2 x = \frac{1}{2}$ . [0]

**Příklad 8.** Vypočti  $\frac{\cos x - 3 \sin x}{3 \sin x + \cos x}$ , je-li  $\operatorname{tg} x = -7$ . [-11/10]

**Příklad 9.** Řešte rovnice

a)  $\sin 2x = \frac{1}{2}$  [ $x_1 = \pi/12 + k\pi, x_2 = 5\pi/12 + k\pi$ ]

b)  $\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$  [ $x_1 = \pi + 2k\pi, x_2 = 4\pi/3 + 2k\pi$ ]

c)  $\cos^2 x + 3 \sin x + 3 = 0$  [ $x = 3\pi/2 + 2k\pi$ ]

**Příklad 10.1.** Umět nakreslit základní funkce jako např.  $y = x, y = kx + q, y = |x|, y = |kx + q|, y = x^2, y = x^3, y = \sin x, y = \cos x, y = \operatorname{tg} x, \dots$

**Příklad 10.2.** Určete definiční obor

a)  $y = \log(x^2 - 3x - 4)$  [ $x \in (-\infty, -1) \cup (4, \infty)$ ]

b)  $y = \sqrt{\frac{5+2x}{3x-1}}$  [ $x \in (-\infty, -\frac{5}{2}) \cup (\frac{1}{3}, \infty)$ ]

c)  $y = \log(\sqrt{-x^2 + 8x - 12} - \sqrt{3})$  [ $x \in (3, 5)$ ]