

Příklad 1. Náhodná veličina X má hustotu

$$f(x) = \begin{cases} c(4 - x^2) & \text{pro } -2 \leq x \leq 1, \\ \frac{2}{3} & \text{pro } 1 < x \leq 2, \\ 0 & \text{jinak.} \end{cases}$$

Určete:

- (a) konstantu $c \in \mathbb{R}$;
- (b) distribuční funkci $F(x)$;
- (c) $P(-1 \leq X \leq 0)$, $P(X \geq \frac{3}{2})$;
- (d) hustotu nakreslete, v obrázku vyznačte nalezený kvantil $x(0.1)$ včetně jeho významu a $P(X \geq \frac{3}{2})$.

[40 b.]

Příklad 2. Je dána diskrétní náhodná veličina X s distribuční funkcí

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x < -3, \\ 0.17 & \text{pro } -3 \leq x < -2, \\ 0.22 & \text{pro } -2 \leq x < 1, \\ 0.45 & \text{pro } 1 \leq x < 2, \\ 0.75 & \text{pro } 2 \leq x < 3, \\ 1 & \text{pro } 3 \leq x. \end{cases}$$

Určete:

- (a) pravděpodobnostní funkci $p(x)$;
- (b) $P(X = -1)$;
- (c) pravděpodobnostní funkci náhodné veličiny $Y = 3X^2 + 2$;
- (d) modus $\text{Mo}(X)$.

[30 b.]

Příklad 3. Je dán náhodný vektor (X, Y) s pravděpodobnostní funkcí danou tabulkou:

x	y	0	2	4
-1	0	0.02	0.01	
1	0.05	0.1	0.15	
3	0.12	0.2	0.35	

Určete

- (a) marginální pravděpodobnostní funkce;
- (b) $P(X \geq 0, -2 < Y \leq 2)$, $P(Y \leq 0)$;
- (c) pomocí marginální funkce $p_X(x)$ rozptyl $D(10 - 2X)$.

[30 b.]

Příklad 1. Náhodná veličina X má hustotu

$$f(x) = \begin{cases} cx^2 & \text{pro } 0 < x < 1, \\ x - 1 & \text{pro } 1 \leq x \leq 2, \\ 0 & \text{jinak.} \end{cases}$$

Určete:

- [40 b.]
- (a) konstantu $c \in \mathbb{R}$;
 - (b) distribuční funkci $F(x)$;
 - (c) $P(\frac{1}{4} \leq X < 3)$, $P(X = \sqrt{3})$;
 - (d) hustotu nakreslete, v obrázku vyznačte kvantil $x_{0.2}$ včetně jeho významu a $P(X \geq 0.7)$.

Příklad 2. Je dána spojitá náhodná veličina X s distribuční funkcí

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x < 2, \\ \frac{16}{3} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{x^2} \right) & \text{pro } 2 \leq x \leq 4, \\ 1 & \text{pro } 4 < x. \end{cases}$$

Určete:

- [35 b.]
- (a) hustotu $f(x)$;
 - (b) medián $x(0.5)$;
 - (c) rozptyl $D(\frac{1}{3}X + \frac{1}{5})$;
 - (d) hustotu transformované náhodné veličiny $Y = \sqrt{X} + 2$.

Příklad 3. Náhodný vektor (X, Y) má sdruženou pravděpodobnostní funkci $p(x, y)$, kde $K > 0$ je dané číslo (nepočítejte).

$$p(x, y) = \begin{cases} K3^x(y-1) & \text{pro } x = 0, 1, 2, y = 2, 3, \\ 0 & \text{jinak.} \end{cases}$$

Určete:

- [25 b.]
- (a) marginální pravděpodobnostní funkce;
 - (b) $P(0.2 \leq X < 1.5, Y > 0.7)$, $P(X \leq 1.5)$;
 - (c) modus $Mo(X)$ veličiny X .